Kl. 11c KA Nr.7 (Nachschreibeklausur) 04.07.2003 D.Tilp

**Aufgabe 1:** Das Kantenmodell eines Quaders soll aus 160cm Draht hergestellt werden, dabei soll eine Kante dreimal so lang sein, wie eine adere. Welche Abmessungen muss der Quader haben, wenn sein Volumen maximal sein soll?

**Aufgabe 2:** Welches rechtwinklige Dreieck mit der Hypotenuse $c = 6cm$ erzeugt einen Doppelkegel größten Inhalts, wenn man es um die Hypotenuse dreht?

# Lösungen:

**Aufgabe 1:** a sei Länge, b sei Breite und c sei Höhe des Quaders
V soll maximal werden $V = a * b * c$

NB1: alle Seiten zusammen sind 160cm
$160 = 4a + 4b + 4c$

NB2: $3a = b$

NB2 in NB1 eingesetzt: NB1neu: $c = 40 – 4a$

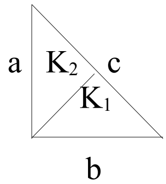
in V: $V = 120a^2 – 12a^3 = f(a)$ soll maximal werden

$f'(a) = -36a^2 + 240a = 0$

$a = +/- 20/3cm$ muss positiv sein, da $a < 0$ phys. nicht möglich ist
$b = 3a = 20cm$
$c = 40 – a – b = 40/3cm$

$V = a * b * c = 1784{,}4cm^3$

**Aufgabe2:** $V_{doppelkegel}$ soll maximal werden




$V_{kegel1} = \frac{1}{3}\, \text{Л}\, r^2 * h_1$
$V_{kegel2} = \frac{1}{3}\, \text{Л}\, r^2 * h_2$
$V_{doppelkegel} = V_{kegel1} + V_{kegel2} = \text{Л}/3\; r^2\, (h_1 + h_2) = f(r, h_1, h_2)$

NB1: $h_2 = \sqrt{(a^2 – r^2)}$
NB2: $h_1 + h_2 = 6 \Rightarrow h_1 = 6 - \sqrt{(a^2 – r^2)}$ NB1 und NB2 einsetzen in $f(r, h_1, h_2)$

$V_{doppelkegel} = \frac{1}{3}\text{Л}\, r^2(6 – h_2) + \frac{1}{3}\text{Л}\, r^2 \sqrt{(a^2 – r^2)} = f(r, h_2, a)$

Höhensatz: $r^2 = h_1 * h_2$
Kathetensatz: $a^2 = c * h_2$

$V_{doppelkegel} = \frac{1}{3}Л\ r^2\ (6 – a^2 + 6) + \frac{1}{3}\ Л\ r^2\ (\sqrt{(a^2 – r^2)} = f(r, a)$

$f\ (r, a) = 2Л\ r^2 – Л\ r^2\ a^2/3 + 2Л\ r^2/3 + \frac{1}{3}Л\ r^2\ a – \frac{1}{3}\ Л\ r^4$

NB3: $a = \sqrt{(\frac{1}{4}\ c^2 + r^2)}$

$f\ (r\ ) = 2Лr^2 – Л\ r^2/3 * \sqrt{(9 + r^2)} + 2Л\ r^2/3 + Л\ r^2/3 * \sqrt{(9 + r^2)} – \frac{1}{3}Л\ r^4$

$x_1 = 0$   $x_2 = - 4{,}3cm$   $x_3 = 4{,}3cm$   es kann keinen negativen Radius geben, folglich $x_3$ die einzige Lösung

a = 4,2 cm
b = 4,2 cm   =>   ist ein gleichschenkliges Dreieck

**Lösung von Sven Reichel [www.sven-reichel.de](http://www.sven-reichel.de)**